D'où : $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM} = (y - 2z + 2)\vec{i} - (x + z - 3)\vec{j} + (2x + y - 4)\vec{k}$

2°/

$\overrightarrow{AN} \wedge \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CN}$

$\overrightarrow{CN}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-8 \\ z+4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AN} \wedge \overrightarrow{BN}\begin{pmatrix} y-2z+2 \\ -x-z+3 \\ 2x+y-4 \end{pmatrix}$

On a donc :

$$\begin{cases} y - 2z + 2 = x - 2 \\ -x - z + 3 = y - 8 \\ 2x + y - 4 = z + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2z = 4 \ (1) \\ x + y + z = 11 \ (2) \\ 2x + y - z = 8 \ (3) \end{cases}$$

(1) : $x = 4 + y - 2z$

(2) s'écrit : $4 + y - 2z + y + z = 11$

$2y - z = 7$

$z = 2y - 7$

(3) : $2(4 + y - 2z) + y - z = 8$

$3y - 5z = 0$

$3y - 5(2y - 7) = 0$

$-7y + 35 = 0$ d'où $y = 5$

D'où : $z = 3$ et par suite $x = 4 + 5 - 6 = 3$ d'où N (3,5,3)

3°/Soit V le volume du tétraèdre ABCN est : $V = \dfrac{\left|(\overrightarrow{NA} \wedge \overrightarrow{NB}).\overrightarrow{NC}\right|}{6}$

On a : $S = \dfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{NA} \wedge \overrightarrow{NB}\right\|$: l'aire du triangle ABN

$$S = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{CN}\right\| = \frac{1}{2}CN$$

$$V = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}CN\right).CN = \frac{1}{6}CN^2$$

($\overrightarrow{CN}$ est $\perp$ au plan ABN au point N) .